

III. De linea isochrona, in qua grave sine acceleratione descendit, et de controversia cum Dn. Abbate De Conti

Cum a me in his Actis Martio 1686 editis publicata esset demonstratio contra *Cartesianos*, qua vera virium aestimatio traditur, ostenditurque non quantitatem motus, sed potentiae, a quantitate motus differentem servari, Vir quidam doctus in Gallia, Dn. Abbas *De Conti*, pro Cartesianis respondit, sed, ut post apparuit, vi mei argumenti non satis perspecta. Credidit enim, recepta quaedam alia principia a me impugnari, quae in Novellis Reip. Litterar. mens. Jun. 1687 p. 579 enumerat, et negat p. 519 seq. se agnoscere contradictionem, quam ego in illis invenire mihi videar: cum tamen nunquam mihi de illis dubitare in mentem venerit, quemadmodum ipsum admonui Novell. Reip. Lit. Septemb. 1687. Idem ut eluderet objectionem meam, conjecerat se in diverticulum temporis, quod eo modo, quo conceptus a me erat status controversiae, plane est accidentale. Eadem enim manente altitudine, eadem vis acquiritur aut impenditur a gravibus quocunque tempore indulto, quod pro inclinatione descensus majore minoreve augetur aut minuitur. Ea occasione, quo magis appareret, tempus atque adeo distinctionem inter potentias isochronas vel anisochronas hoc loco nihil ad rem facere, et ut ex disputatione nostra aliquid incrementi scientia caperet, *problema* tale, a me inter scribendum solutum, et, ut videtur, non inelegans, ipsi proposui in dictis Novellis Septembr. 1687: “Invenire lineam isochronam, in qua grave descendat uniformiter, sive aequalibus temporibus aequaliter accedat ad horizontem, atque adeo sine acceleratione et aequali semper velocitate deorsum feratur.” Sed Dn. Abbas *De Conti* nihil ultra reposuit, sive quod problema attingere nollet, sive quod agnita tandem mente mea, satisfactum sibi judicaret. Sed ejus loco problema hoc sua opera dignum judicavit Vir celeberrimus *Christianus Hugenius*, cujus solutio mea prorsus consona extat in Novellis Reip. Lit. Octbr. 1687, sed suppressa demonstratione et explicatione discriminis inter diversas lineas ejusdem, ut ait, generis, quas satisfacere notat. Haec igitur ego supplere hoc loco volui, facturum citius, nisi aliquid hic a Dn. Abbatis industria exspectavissem.

Problema. Invenire lineam planam, in qua grave sine acceleratione descendit.

Solutio. Sit (fig. 116)¹ linea paraboloeides quadrato-cubica quaecunque βNe (nempe ubi solidum sub quadrato basis NM et parametro aP aequale est cubo altitudinis βM) ita sita, ut verticis β tangens βM sit perpendicularis horizonti, in cujus lineae puncto quocunque N si ponatur grave ea descendendi ulterius celeritate praeditum, quam potuit acquirere descendendo ex horizonte Aa , cujus elevatio $a\beta$ supra verticem β sit $\frac{4}{9}$ parametri curvae, tunc idem grave descendet porro uniformiter per lineam Ne , utcunque continuatam, ut desiderabatur.

Demonstratio. Recta NT curvam βNe tangat in N et ipsi βM occurrat in T . Utique (ex nota proprietate tangentium hujus curvae) erit TM ad NM in

¹*Editorial note:* The plate containing fig. 116 could not be located in the scans available for this work (the Gerhardt edition scan has no plates section); it is not reproduced here.

subduplicata ratione $a\beta$ ad βM . Ergo TM ad TN erit in subduplicata ratione $a\beta$ ad $a\beta + \beta M$ seu ad aM . Jam ratio TM ad TN eadem est, quae velocitatis per curvam descendendi (seu horizonti porro in curva appropinquandi), quam grave habet positum in N ad velocitatem, qua idem ex N porro, non per curvam, sed libere descenderet, si posset (ut constat ex natura motus inclinati). Sed velocitas haec libera porro est ad constantem quandam in subduplicata ratione aM ad $a\beta$; sunt enim (ut ex motu gravium constat) velocitates liberae in altitudinum (unde descendendo quaesitae sunt) aM subduplicata ratione: ergo velocitas descendendi per curvam Ne , quam grave habet in quocunque curvae puncto N positum, est ad velocitatem constantem in composita subduplicata ratione $a\beta$ ad aM et aM ad $a\beta$, quae est ratio aequalitatis. Ipsamet igitur velocitas illa per curvam descendendi est constans, seu ubique in curva Ne eadem. Quod praestandum erat.

Consectaria: 1) Grave celeritatem habens tamquam lapsum ab altitudine aliqua Aa , descendere potest ex eodem puncto N per curvas isochronas infinitas, sed ejusdem speciei, seu sola magnitudine parametri differentes, ut Ne , $N(e)$, NE , quae omnes sunt paraboloeides quadrato-cubicae, adeoque similes inter se. Imo quaelibet hujusmodi paraboloeidum hic inservit, modo ita collocetur, ut $a\beta$ vel $(a)(\beta)$ distantia verticis ab horizontali $a(a)$, unde descendere incepit grave, sit $\frac{4}{9}$ parametri curvae βe vel $(\beta)(e)$: nec refert, an grave isochrone descensurum in curva $N(e)$ pervenerit ad N ex $a(a)$ per viam $(a)(\beta)N$, an per aliquam aliam, aut sine descensu ullo ob aliam causam eandem celeritatem atque directionem acquisiverit. Ex infinitis tamen istis lineis isochronis, in quibus grave ex N porro sine acceleratione descendere potest, ea celerrimum ipsi descensum praebet, cujus vertex est ipsum punctum N , qualis est NE , quam recta AN horizonti perpendicularis tangit.

2) Tempus descensus per rectam $a\beta$ est ad tempus descensus per curvam βN , ut dimidia altitudo βM ad ipsam $a\beta$: ac proinde si βM sit dupla $a\beta$, aequalia erunt tempora descensus per $a\beta$ et per βN . Quorum ratio manifesta est: nam tempora descensus uniformis sunt inter se ut altitudines, et ex demonstratis a *Galileo*, tempus quo mobile percurrit altitudinem $a\beta$ motu accelerato, est duplum ejus, quo percurrit aequalem altitudinem βM (ut hoc loco fit, licet per curvam βN) motu uniformi, qui celeritatem habet aequalem ultimae per accelerationem acquisitae in β .

Hoc autem problema fateor me non Geometris primariis proposuisse, qui interiorum quandam Analysin callent, sed his potius, qui cum *erudito illo Gallo* sentiunt, quem mea de *Cartesianis* plerisque hodiernis (Magistri paraphrasticis potius, quam aemulatoribus) querela suboffendisse videbatur. Tales enim cum alias receptis inter Cartesianos dogmatibus, tum etiam analysi inter ipsos pervulgatae nimium tribuunt, adeo ut se ipsius ope quidvis in Mathesi (si modo velint scilicet calculandi laborem sumere) praestare posse arbitrentur, non sine detrimento scientiarum, quae falsa jam inventorum fiducia negligentius excoluntur. His materiam exercendae suae Analyseos praebere volueram in hoc problemate, quod non prolixo calculo, sed arte indiget.

Si quis tamen praereptam sibi jam solutionem queratur, poterit *aliam isochronam* huic vicinam quaerere, in qua non, ut hactenus, grave uniformiter recedat ab

horizontali (vel ad eam accedat), sed a certo puncto. Unde problema erit tale, *invenire lineam, in qua descendens grave recedat uniformiter a puncto dato, vel ad ipsam accedat.*

Talis foret linea NQR , si ejus esset naturae, ut ex puncto dato seu fixo A , ductis rectis quibuscunque ad curvam ut AN , AQ , AR , esset excessus AR super AQ , ad excessum AQ super AN , ut tempus quo descenditur per arcum QR , ad tempus quo descenditur per arcum NQ .